

Ocena efektywności piekarni za pomocą modelu CCR-DEA



Model DEA CCR służy do ustalania poziomu sprawności określonej organizacji w porównaniu z innymi podobnymi organizacjami. Jest to więc narzędzie służące do benchmarking, czyli porównywania, tworzenia rankingów i znajdowania różnic pomiędzy podobnymi do siebie obiektami. Benchmarking jest łatwy gdy porównujemy obiekty pod kontem jednej cech, np. przychodów czy zysków.

Niestety w życiu gospodarczym mamy obiekty różnej wielkości, gdzie często zmuszeni jesteśmy porównywać jednocześnie kilkadziesiąt różnych cech. Najczęściej nie porównuje się dwóch obiektów lecz cały ich szereg. Porównanie takiego zestawu obiektów wielowymiarowych bez użycia specjalistycznych narzędzi drastycznie przekracza możliwości ludzkiej percepcji.

Aby ułatwić sobie zadanie porównania wielu obiektów o podobnych cechach i funkcjach analitycy wymyślili wskaźniki. Takim wskaźnikiem jest np. przychód na jednego zatrudnionego lub poziom zysku na wielkość przychodów.

Wskaźniki skutecznie redukują różnice wielkości obiektów, nie rozwiązują jednak problemu wielkiej ilości cech do porównania. Proces porównawczy staje się żmudny, gdy niezbędne jest porównanie wielkiej ilości wskaźników. Powstaje problem obiektywizmu analiz, w których analityk według uznania decyduje o budowie wskaźników oraz wskazuje, które wskaźniki są ważniejsze, a które mniej ważne.

Nowoczesną metodą porównywania efektywności obiektów gospodarczych jest algorytm programowania liniowego DEA (*Data Envelopment Analysis*) zaproponowana przez Charnesa, Coopera i Rhodessa w 1978 roku. W niniejszym artykule omówimy pierwszą wersję tego algorytmu, nazwaną CCR od pierwszych liter nazwisk jego twórców.

Model CCR w szczególności rozwiązuje problem porównania efektywności technologii docelowych, struktury technologii optymalnych oraz analizy raportów metodologii programowania liniowego simplex.

Metoda DEA jest stosowana w analizach porównawczych efektywności obiektów, gdzie proces opisywany jest przez więcej niż jeden nakład oraz więcej niż jednym rezultatem.

W porównaniach multiwymiarowych zarówno użycie wskaźników, jak i modeli ekonometrycznych jest nieefektywne. Metody te zawodzą, po-

nieważ mając ograniczone informacje nie jesteśmy w stanie określić jak wielki nakład danego rodzaju został bezpośrednio wydatkowany na uzyskanie poszczególnych rezultatów.

Przykład zastosowania modelu DEA CCR

Grupa inwestorów zamierza kupić piekarnię. Zaoferowano im 5 zakładów. Analitycy pracujący dla inwestorów muszą wskazać, które piekarnie są najlepsze pod względem efektywności technologiczno-organizacyjnej. Informacja ta jest kluczowa do podjęcia decyzji, którą piekarnię kupić. Aby uniknąć subiektywnej oceny zdecydowano się skorzystać z algorytmu DEA CCR.

Analitycy dysponują następującymi danymi:

Piekarnia	Bobry	Łopata	Lipniki	Nowa	Bartniki
Wartość infrastruktury w tys.	939,0	466	88,83	314,6	1503,7
Wartość maszyn w tys.	3493,5	976	619,2	564,2	5871,8
Zatrudnienie na produkcji	57,0	23	11,7	79,3	44,0
Koszty w tys.	796,5	283	67,95	278,2	2312,2
Wielkość produkcji w tonach	9471	5859	2239,2	2478,0	10205,4
Zysk brutto w tys.	28	12	44,4	12,6	22,8

W metodzie DEA zakłada się, że optymalna, z punktu widzenia efektywności, technologia obiektu o tego ($1 \leq j \leq J$) jest liniową kombinacją technologii empirycznych poszczególnych obiektów.

Opisem technologii każdego obiektu jest jego wektor nakładów oraz wektor rezultatów.

Na podstawie tabeli możemy przyjąć, że wektor nakładów dla piekarni Bobry to:

$$\text{Nakłady} = [939; 3493,5; 57; 796,5]$$

$$\text{Rezultaty} = [9471, 28]$$

Aby porównać sprawność technologiczną piekarni Bobry należy rozwiązać poniższy zespół nierówności programowania liniowego.

$$939x_1 + 466x_2 + 88,83x_3 + 314,6x_4 + 1503,7x_5 \leq 9390 \quad (1)$$

$$3493,5x_1 + 976x_2 + 619,2x_3 + 564,2x_4 + 5871,8x_5 \leq 3493,50 \quad (2)$$

$$57x_1 + 23x_2 + 11,7x_3 + 79,3x_4 + 44,0x_5 \leq 570 \quad (3)$$

$$796,5x_1 + 283x_2 + 67,95x_3 + 278,2x_4 + 2312,2x_5 \leq 796,50 \quad (4)$$

$$9471x_1 + 5859x_2 + 2239,2x_3 + 2478,0x_4 + 10205,4x_5 \geq 9471 \quad (5)$$

$$28x_1 + 12x_2 + 44,4x_3 + 12,6x_4 + 22,8x_5 \geq 28 \quad (6)$$

$$\theta_2 \leq 0$$

Łatwo zauważyć, że wartości z powyższego zespołu nierówności pochodzą z tabeli danych jaką otrzymali analitycy.

Wektor nakładów i rezultatów piekarni Bobry znajduje się również po prawej stronie nierówności.

Podobnie postępujemy z pozostałymi piekarniami.

Piekarnia Łopata

$$\left\{ \begin{array}{l} 939x_1 + 466x_2 + 88,83x_3 + 314,6x_4 + 1503,7x_5 \leq 446\theta_2 \quad (1) \\ 3493,5x_1 + 976x_2 + 619,2x_3 + 564,2x_4 + 5871x_5 \leq 976\theta_2 \quad (2) \\ 57x_1 + 23x_2 + 11,7x_3 + 79,3x_4 + 44x_5 \leq 23\theta_2 \quad (3) \\ 796,5x_1 + 283x_2 + 67,95x_3 + 278,2x_4 + 2312,2x_5 \leq 283\theta_2 \quad (4) \\ 9471x_1 + 5859x_2 + 2239,2x_3 + 2478x_4 + 10205,4x_5 \geq 5859 \quad (5) \\ 28x_1 + 12x_2 + 44,4x_3 + 12,6x_4 + 22,8x_5 \geq 12 \quad (6) \\ \theta_2 \leq 0 \end{array} \right.$$

Piekarnia Lipniki

$$\left\{ \begin{array}{l} 939x_1 + 466x_2 + 88,83x_3 + 314,6x_4 + 1503,7x_5 \leq 88,83\theta_3 \quad (1) \\ 3493,5x_1 + 976x_2 + 619,2x_3 + 564,2x_4 + 5871x_5 \leq 619,2\theta_3 \quad (2) \\ 57x_1 + 23x_2 + 11,7x_3 + 79,3x_4 + 44x_5 \leq 11,7\theta_3 \quad (3) \\ 796,5x_1 + 283x_2 + 67,95x_3 + 278,2x_4 + 2312,2x_5 \leq 67,95\theta_3 \quad (4) \\ 9471x_1 + 5859x_2 + 2239,2x_3 + 2478x_4 + 10205,4x_5 \geq 2239,2 \quad (5) \\ 28x_1 + 12x_2 + 44,4x_3 + 12,6x_4 + 22,8x_5 \geq 44,4 \quad (6) \\ \theta_3 \leq 0 \end{array} \right.$$

Piekarnia Nowa

$$\left\{ \begin{array}{l} 939x_1 + 466x_2 + 88,83x_3 + 314,6x_4 + 1503,7x_5 \leq 314,6\theta_4 \quad (1) \\ 3493,5x_1 + 976x_2 + 619,2x_3 + 564,2x_4 + 5871x_5 \leq 564,2\theta_4 \quad (2) \\ 57x_1 + 23x_2 + 11,7x_3 + 79,3x_4 + 44x_5 \leq 79,3\theta_4 \quad (3) \\ 796,5x_1 + 283x_2 + 67,95x_3 + 278,2x_4 + 2312,2x_5 \leq 278,2\theta_4 \quad (4) \\ 9471x_1 + 5859x_2 + 2239,2x_3 + 2478,0x_4 + 10205,4x_5 \geq 2478 \quad (5) \\ 28x_1 + 12x_2 + 44,4x_3 + 12,6x_4 + 22,8x_5 \geq 12,6 \quad (6) \\ \theta_4 \leq 0 \end{array} \right.$$

Piekarnia Bartniki

$$\left\{ \begin{array}{l} 939x_1 + 466x_2 + 88,83x_3 + 314,6x_4 + 1503,7x_5 \leq 1503,7\theta_5 \quad (1) \\ 3493,5x_1 + 976x_2 + 619,2x_3 + 564,2x_4 + 5871x_5 \leq 5871,8\theta_5 \quad (2) \\ 57x_1 + 23x_2 + 11,7x_3 + 79,3x_4 + 44x_5 \leq 44\theta_5 \quad (3) \\ 796,5x_1 + 283x_2 + 67,95x_3 + 278,2x_4 + 2312,2x_5 \leq 2312,2\theta_5 \quad (4) \\ 9471x_1 + 5859x_2 + 2239,2x_3 + 2478x_4 + 10205,4x_5 \geq 10205,4 \quad (5) \\ 28x_1 + 12x_2 + 44,4x_3 + 12,6x_4 + 22,8x_5 \geq 22,8 \quad (6) \\ \theta_5 \leq 0 \end{array} \right.$$

Istnieje wiele metod rozwiązanie powyższych nierówności programowania liniowego bez użycia komputerów. Warto jednak skorzystać z programów komputerowych lub kalkulatorów simplex dostępnych online. Ja skorzystałem z dwóch bezpłatnej bibliotek języka Python o nazwie Pulp i Fractions.

Najlepsze technologicznie okazały się piekarnie: Łopata i Lipniki. Są to tak zwane obiekty peletonowe. Przy zastosowaniu modelu CCR najczęściej nie jest wskazywany jeden najlepszy obiekt lecz grupa obiektów, które są na względnie podobnym poziomie. Najgorszą piekarnią okazały się Bobry, które są gorsze od piekarni peletonowych o 30%.

	Młyn	Ocena
	Bobry	0,705
	Łopata	1
	Lipniki	1
	Nowa	0,814
	Bartniki	0,914

Wojciech Moszczyński



Nowość

Serena®
Pasty i variegato

Kandy 1985

Kandy
tel.: 692 242 621, e-mail: serena@kandy.pl
www.lauretta.eu/serena