

# Proces minimalizacji kosztów zakupu mąki za pomocą algorytmu badań operacyjnych



Metodologia badań operacyjnych pozwala znaleźć taką konfigurację zasobów produkcyjnych i surowców, aby uzyskać maksymalny, możliwy do osiągnięcia efekt. Każdy proces produkcyjny ma szereg uwarunkowań, takich jak ograniczone zdolności produkcyjne, ograniczenia w zasobach ludzkich czy magazynowych. Algorytm badań operacyjnych wskazuje takie ustawienie procesu, które maksymalizuje lub minimalizuje cel uwzględniając wszystkie ograniczenia brzegowe modelu. Celem tego opracowania będzie próba minimalizacji kosztu zakupu surowca.

Algorytmy badań operacyjnych mogą rozwiązywać bardzo złożone procesy, zawierające dziesiątki produktów i ograniczeń. Jednak dla lepszego zrozumienia tej metodologii skorzystamy z bardzo prostego przykładu.

## Opisanie problemu

Wyobraźmy sobie piekarnię, która produkuje trzy jednorodne produkty: chleb, bułki oraz ciastka kruche. Właściciel piekarni musi wybrać rodzaj mąki. Ma do wyboru trzy, które różnią się nieznacznie ceną oraz wydajnością.

Przeprowadzono próby i uzyskano informacje znajdujące się w tabeli 1. Liczby pokazują ile kilogramów poszczególnych produktów można uzyskać z jednej tony trzech rodzajów mąk.

Tabela 1: Ciężar wypieku dla mąki R1, R2 i R3

|                  | Tona mąki R1 | Tona mąki R2 | Tona mąki R3 |
|------------------|--------------|--------------|--------------|
| Chleby:          | 1350 kg/t    | 1250 kg/t    | 1400 kg/t    |
| Bułki:           | 1450 kg/t    | 1350 kg/t    | 1650 kg/t    |
| Ciastka kruche : | 1050 kg/t    | 1015 kg/t    | 950 kg/t     |

Piekarnia charakteryzuje się określoną strukturą produkcji. Przyjęto się, że wagowo produkuje na jednej, trwającej 9 godzin, zmianie: 55% chleba, 25% bułek oraz 20% ciastek kruchych. Tabela 2 przedstawia ile kg produktów uzyskuje się średnio z jednej tony mąki.

Tabela 2: Łączna produkcja uzyskana z jednej tony mąki R1, R2 i R3

|                   | Mąka R1 | Mąka R2 | Mąka R3 |
|-------------------|---------|---------|---------|
| Ilość kg chleba:  | 742.5   | 687.5   | 770.0   |
| Ilość kg bułek:   | 362.5   | 337.5   | 412.5   |
| Ilość kg ciastek: | 210.0   | 203.0   | 190.0   |

Jak wiadomo, piekarnia musi produkować określoną ilość produktów zgodną z oczekiwaniami rynku. Ograniczona wielkość produkcji jest pierwszym limitem w naszym algorytmie optymalizacyjnym. Kolejnym ograniczeniem są zdolności produkcyjne. Czas trwania produkcji wynosi 9 godzin. Piekarnia jest w stanie przetworzyć w ciągu godziny ponad 2 tony mąki.

Każdy rodzaj mąki ma inną cenę. Cena mąki oraz jej wydajność mają bezpośredni wpływ na koszty produkcji jednego kg produktów.

Celem analizy jest uzyskanie informacji, którą z trzech mąk należy używać, aby dzienne koszty jej zakupu były jak najniższe. Całą sytuację opisuje tabela 3.

Tabela 3: Wielkość produkcji pieczywa i ciastek z jednej tony mąki przy uwzględnieniu ograniczeń oraz kosztów zakupu

|                   | Mąka R1  | Mąka R2  | Mąka R3  | Ograniczenia                                  |
|-------------------|----------|----------|----------|-----------------------------------------------|
| Ilość kg chleba:  | 742.5    | 687.5    | 770.0    | $\geq 16000\text{kg}$ i $\leq 18000\text{kg}$ |
| Ilość kg bułek:   | 362.5    | 337.5    | 412.5    | $\geq 9000\text{kg}$                          |
| Ilość kg ciastek: | 210.0    | 203.0    | 190.0    | $\geq 7000\text{kg}$                          |
| Czas procesu:     | 0.40 h/t | 0.43 h/t | 0.39 h/t | $\leq 9\text{h}$                              |
| Cena 1 tony mąki: | 1373 zł  | 1361 zł  | 1352 zł  |                                               |

Przyjmijmy, że  $x_1$  oznacza ilość ton mąki R1, która jest potrzebna dla jednodniowej produkcji.

Szukaną ilość ton mąki R2 oznaczmy jako  $x_2$ , zaś mąki R3 jako  $x_3$ .

## Formułowanie algorytmu

Naszym celem jest minimalny, dzienny koszt zakupu mąki. Funkcję tę możemy zdefiniować jako sumę iloczynów ilości poszczególnych mąk oraz ich cen. Funkcja celu została opisana w poniższym równaniu (1).

$$F(x_{1,2,3}) = 1373x_1 + 1361x_2 + 1352x_3 \rightarrow \min \quad (1)$$

Ograniczenia wielkości produkcji można opisać nierównościami 2-6.

Piekarnia może jednego dnia sprzedać minimum 16 tys. kg chleba lecz nie więcej niż 18 tys. kg. Dziennie sprzedaje się minimum 9 ton bułek, opisano to wzorem (4). Magazyny oraz bieżąca sprzedaż pozwalają dziennie produkować minimum 2 tony ciastek kruchych, co opisuje wzór (5).

Zdolności produkcyjne jako czas produkcji zostały opisane nierównościami (6).

$$\begin{cases} 742.5x_1 + 687.5x_2 + 770x_3 \geq 16000 & (2) \\ 742.5x_1 + 687.5x_2 + 770x_3 \leq 18000 & (3) \\ 362.5x_1 + 337.5x_2 + 412.5x_3 \geq 9000 & (4) \\ 210x_1 + 203x_2 + 190x_3 \geq 2000 & (5) \\ 0.4x_1 + 0.43x_2 + 0.39x_3 \leq 9 & (6) \end{cases}$$

Nierówności te oraz funkcję celu podstawiamy do kalkulatora simplex. Kalkulatory te są powszechnie dostępne w internecie. Wystarczy przepisać wzory do okienek formularza i uruchomić przetwarzanie.

### Uzyskany wynik

Aby zminimalizować dzienne koszty należy kupić 22 tony mąki R3. Wtedy koszt mąki osiągnie najniższy możliwy poziom.

Sprawdźmy czy te ustalenie jest zgodne z warunkami brzegowymi. Uzyskaliśmy wynik  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 22$ . Wartości te podstawiamy do wzorów 2-6.

$$\begin{cases} 742.5 \times 0 + 687.5 \times 0 + 770 \times 22 \geq 16000 & (2) \\ 742.5 \times 0 + 687.5 \times 0 + 770 \times 22 \leq 18000 & (3) \\ 362.5 \times 0 + 337.5 \times 0 + 412.5 \times 22 \geq 9000 & (4) \\ 210 \times 0 + 203 \times 0 + 190 \times 22 \geq 2000 & (5) \\ 0.4 \times 0 + 0.43 \times 0 + 0.39 \times 22 \leq 9 & (6) \end{cases}$$

Uzyskujemy wartości zapisane w tabeli 4.

Tabela 4: Sprawdzenie warunków brzegowych

|                        | zawartość | Ograniczenia                |
|------------------------|-----------|-----------------------------|
| Ilość kg chleba:       | 16940.0   | $\geq 16000$ i $\leq 18000$ |
| Ilość kg bułek         | 9075.0    | $\geq 9000$                 |
| Ilość kg ciastek       | 4180      | $\geq 3000$                 |
| Czas produkcji w godz. | 8.58      | $\leq 9$                    |
| Koszt zakupu mąki      | 29744     |                             |

Jak widać uzyskana wartość spełnia wszystkie warunki ograniczające. Oznacza to, że minimalny koszt jaki powinniśmy ponieść przy zakupie dziennej ilości mąki wynosi 29 744 zł.

Przytoczony przykład pokazuje w jaki sposób zoptymalizować poziom kosztów. Skala produkcji jaką tu przedstawiłem w pełni uzasadnia tego typu kalkulację.

Wojciech Moszczyński  
(współpraca Ewa Moszczyńska)

**Wojciech Moszczyński** – absolwent Katedry Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, specjalista z zakresu ekonometrii, data science oraz rachunkowości zarządczej. Specjalizuje się w optymalizacji procesów produkcyjnych i logistycznych. Prowadzi badania w obszarze rozwoju i zastosowania sztucznej inteligencji. Od lat zaangażowany w popularyzację ekonometrii oraz data science w środowiskach biznesowych



**Zupełnie nowe pieczywo na bazie soku i pestek z dyni**

**Dyniowy kwartet UNIFERM**

**4 innowacyjne receptury na jesienne wypieki, na bazie FermFresh® Kurbis.**

UNIFERM Polska Sp. z o.o.  
www.uniferm.pl